

臺灣省第二區高級中學八十八學年度
數學科能力競賽試題(二) (板橋高中)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共七題填充題, 每一題3分, 共21分.
2. 考試時間: 1小時.
3. 請將答案寫在答案欄內.
4. 計算紙必須連同答案卷交回.

1. 將正整數 n 的最左邊之數字移到最右邊後, 所得的數為原數 n 的 $\frac{7}{2}$ 倍. 則滿足條件的最小正整數 $n =$ (1).

2. 對實數 a 與 b , 我們定義: 當 $a \geq b$ 時, $a \vee b = a$, 而當 $a < b$ 時, $a \vee b = b$. 則函數

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3| \vee |2x - 4|$$

的最小值為 (2).

3. 將分別編有 $1, 2, 3, \dots, 1999$ 號碼的 1999 個球放進一些袋子裡, 但同一袋子內, 任一球的號碼都不能是另一球號碼的倍數, 則最少需要 (3) 個袋子.

4. 對於一個三位數 x , 若存在兩自然數 m 與 n , 使得 $\log_{10}(x - m - 6n) = m + \log_{10} n$, 就稱這種三位數 x 是一個好數. 則共有 (4) 個好數.

5. 在一坐標平面上, 給定兩點 $A(0, 8), B(24, 16)$. 在 x -軸上找到兩點 C 與 D , 使得 $CD = 12$, 且 $ABCD$ 為一周長最小的四邊形, 則 CD 的中點坐標為 (5).

6. 試問同時滿足下列兩個條件的九位數 $A_1A_2A_3 \cdots A_9$ 有多少個?

(a) 每一位數 $A_i = 1$ 或 2 ;

(b) 不存在 $i \in \{1, 2, \dots, 7\}$, 使得 $A_i = A_{i+1} = 1, A_{i+2} = 2$.

答: (6).

7. 考慮面積和等於 1 的任意兩個正方形 I 與 II, 如圖所示, 將它們併排, 其外圍被一長方形所圍繞. 則這種長方形的面積最大值為 (7).

