

臺灣省第二區高級中學八十八學年度
數學科能力競賽試題(一) (板橋高中)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共四題計算證明題, 滿分49分, 第一題7分, 第二、三、四題各14分.
2. 考試時間: 2小時.
3. 請將答案寫在答案卷內.
4. 計算紙必須連同答案卷交回.

一. 設 m, n 為正整數, 且 $n^2 + m$ 為 $n^3 - n$ 的因數. 試證: $m \geq n$.

二. 設 M 為正三角形 ABC 內部任意的一點, 而 M 至三邊 BC, CA 及 AB 的垂足分別為 P, Q 及 R .

(a) 試證: $AR + BP + CQ = AQ + BR + CP$.

(b) 試證: $AR \cdot BP + BP \cdot CQ + CQ \cdot AR = AQ \cdot BR + BR \cdot CP + CP \cdot AQ$.

三. 設 a, b, c 為非負的實數, 且 $a + b + c = 1$.

(a) 試證: $ab + bc + ca \geq 9abc$.

(b) 試證: $a^2 + b^2 + c^2 \geq a^3 + b^3 + c^3 + 6abc$.

四. 某大公司計畫在9個城市中共設立21個分公司. 假設在每一城市中至少要設2個分公司, 且要求在不同城市中的任意2個分公司之間都必須設置一條獨立的通訊線路. 試問這21個分公司之間最少要設置幾條通訊線路?