

臺灣省第一區高級中學八十八學年度
數學科能力競賽試題（一）（花蓮高中）

編號：_____（請學生自填）

注意事項：

- （一）本試卷共三題，共49分。
- （二）考試時間：2小時
- （三）計算紙必須連同試題交回。

計算題：

問題一、一位攝影師邀請了一些朋友聚餐，並答應餐後用特殊底片為他們每兩個人拍一張合照留念，結果其中有些人又各自帶了一位朋友臨時參加。原訂最多只能容納三十一位人的房間不敷使用，攝影師就請那些帶了新朋友來的人和他帶來的朋友一起到隔壁房間。攝影師原本準備剛好的底片，這時怕不夠用，於是先從第一個房間為每兩個人拍一張合照，接著再到隔壁房間為每兩個人拍一張合照，很巧的是底片剛好用完。試問攝影師原來邀請了多少位朋友聚餐呢？（16分）

問題二、給定一個正四面體與一個正四角錐，它們所有的稜長都相等，如果四面體的一個面與四角錐的一個側面重合，那麼得到的幾何體共有幾個面？（17分）

問題三、設 n 個正實數 v_1, v_2, \dots, v_n 滿足

$$(1) v_1 + v_2 + \dots + v_n = 1.$$

$$(2) v_1 \leq v_2 \leq \dots \leq v_n \leq 3v_1.$$

求證

$$v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2 \leq \frac{4}{3n}. \quad (16分)$$