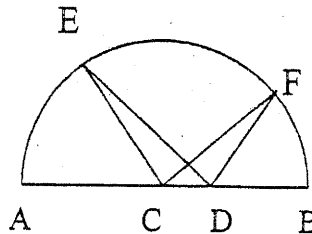


八十八學年度高級中學數學能力競賽試題(二)(高雄中學)

1. 設平面上由 $y = \frac{6}{x}$, $x = \frac{1}{2}$ 及 $y = \frac{1}{2}$ 圍成一區域 R , 試問 R 中多少個點其坐標皆為整數?
2. 設 f 為定義於整數集合之一函數, 若 $f(x) = x - 10, x > 100$ 且 $f(x) = f(f(x+11))$ 當 $x \leq 100$, 試求 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(200)$ 之值。
3. 設 z 表示所有整數所成之集合, 若 $S = \{x^2 + y^2 + z^2 + (z+1)^2 \mid x, y, z \in Z\}$, 試證不能整除 S 中之任意一數。
4. 已知 $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
 試證 (a) $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2}$
 (b) $\cos \frac{\pi}{1999} + \cos \frac{3\pi}{1999} + \dots + \cos \frac{1997\pi}{1999} = \frac{1}{2}$
5. 下圖表示以 C 為圓心, \overline{AB} 為直徑之半圓, 設 E, F 為半圓周上兩相異點, D 點在 \overline{BC} 上且有 $\angle CED = \angle CFD = 10^\circ$, 若 $\angle ACE = 40^\circ$, 試求 $\angle BCF$ 的度數。



6. 設 u 和 v 為兩相異複數, 若 $u^2 + v^2 = 7$ 且 $u^3 + v^3 = 10$, 試求 $u+v$ 的最大值。