

教育部八十八學年度高級中學數學競賽

嘉義區複賽試題(二) 編號：_____

(時間一小時) (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共四題，每題均為十分，滿分為四十分。
 2. 考試時間：1小時。
 3. 計算紙必須連同試卷交回。
 4. 不可使用計算器。
 5. 請將答案寫在答案卷內。
-

(一) 試證：若 $s > 1$ ，則 $\frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \dots + \frac{1}{n^s} \leq 1 + \frac{1}{2^{s-1} - 1}$ 。

(二) 在 $\triangle ABC$ 邊 AB, BC, CA 上分別取 M, K, L ，求證： $\triangle AML, \triangle BMK, \triangle CKL$ 中至少有一個面積不大於 $\frac{1}{4} \triangle ABC$ 。

(三) 設 a, b, c 為 3 個實數，使得 $abc > 1$ 及 $a + b + c > 3$ 。證明，對任何自然數 n ，都有 $a^n + b^n + c^n > 3$ 。

(四) 試求出所有可使 $x^{2n} + x^n + 1$ 被 $x^2 + x + 1$ 整除的正整數 n 。