

八十八學年度高級中學數學能力競賽試題(一)(屏東高中)

1. 令 n 為一正整數

(a) 證明： $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n+1}$ 不為整數

(b) 設 $p=3$ ，證明： $\frac{1}{1} + \frac{1}{p+1} + \dots + \frac{1}{np+1}$ 不為整數

2. 設 n, m 為正整數，試證：存在正整數 z ，使得

$$(n + \sqrt{n^2 - 1})^m = z + \sqrt{z^2 - 1}$$

3. $\angle A$ 是銳角，點 P 在 $\angle A$ 的內部，試找到一條直線 L 通過 P 點且交 $\angle A$ 的兩邊於 B, C 兩點，使得 $\frac{1}{PB} + \frac{1}{PC}$ 之值最大

4. 試證： $\frac{1}{\sqrt[m]{n+1}} + \frac{1}{\sqrt[n]{m+1}} \geq 1$ 對任何自然數 m, n 恆成立