

台北市高級中學八十七學年度
數學科能力競賽試題(二) (建國中學)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共五題填充題, 前四題每題4分, 第五題5分, 滿分為21分.
2. 考試時間: 1小時.
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

一、 假設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足

$$a_1 = \frac{1}{3} \text{ 及 } \sum_{k=1}^n a_k a_{n-k+1} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n a_k a_{k+1}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

則 $a_{87} =$ (甲) .

二、 設實數 a, b 滿足 $a + b = 1998$, 且方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的解均為整數. 試問滿足以上條件的實數對 (a, b) 有哪些? 答: (乙) .

三、 設 $A = \{(x, y) \mid x = 1, 2, \dots, 30; y = 1, 2\}$ 為平面上的60個格子點所成的集合, 則以 A 中的點為頂點之等腰三角形共有多少個? 答: (丙) .

四、 試求 $\sin 10^\circ \sin 20^\circ \sin 30^\circ \sin 40^\circ \sin 50^\circ \sin 60^\circ \sin 70^\circ \sin 80^\circ$ 的值. 答: (丁) .

五、 給定空間中兩點 $A(1, 0, 2)$ 及 $B(2, 3, 0)$. 在 x 軸上找一點 P , 使得 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 為最小, 則 P 的 x 坐標為 (戊) .