

臺灣省第六區高級中學八十七學年度
數學科能力競賽試題(二) (台南一中)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共六題計算證明題, 每一題3.5分, 共21分.
2. 考試時間: 1小時.
3. 計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

1. 已知 α, β 是方程式 $x^2 - (k-2)x + (k^2 + 3k + 5) = 0$ 的兩個實根, 此處 k 為實數, 則 $\alpha^2 + \beta^2$ 的最大值為何? (A) 19 (B) 18 (C) $\frac{50}{9}$ (D) 不存在 (必須有計算過程才給分)
2. 設 $\triangle ABC$ 的高 AH 之長為4, AH 把底邊 BC 分為1:8兩部份, 今有一與高 AH 平行的線段 MN 將 $\triangle ABC$ 等分成面積相等的兩部份, 其中 M, N 分別在 $\triangle ABC$ 邊上, 試求 MN 的長.
3. 求 $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4$ 展開式中 x^{12} 項的係數.
4. 從4種不同類型的玩具中選取12個, 每種類型至少選取2個, 至多選取4個. 試問共有多少種選取方法?
5. 若 a, b, c 為正實數且滿足 $a^2 = b^2 + c^2 - bc$, 試證: $(a-b)(c-a) \geq 0$.
6. 設 $ABCD$ 為一四邊形且 $\overline{AD} = \overline{BC}$, 但 \overline{AD} 與 \overline{BC} 不平行. 若 E, F 分別為 \overline{AC} 與 \overline{BD} 之中點, 而 \overline{EF} 之延長線分別交 $\overline{AD}, \overline{BC}$ 於 G, H 兩點. 試證: $\angle AGF = \angle BHE$.