

臺灣省第六區高級中學八十七學年度
數學科能力競賽試題(一) (台南一中)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共四題計算證明題, 滿分 49 分.
2. 考試時間: 2 小時.
3. 計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

一. (1) 描繪函數 $y = -2 + \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$ 的圖形,

(2) 求定積分 $\int_1^7 -2 + \sqrt{-x^2 + 6x + 7} dx$ 之值.

二. 將 a, b, c, d, e 排成一列, 若 a 不排在第一和第五位置, b 不排在第二和第三位置, c 不排在第三和第四位置, e 不排在第五位置. 試求共有多少種排法?

三. 有 10 個人參加一個聚會握手問好, 他們每個人均數自己握手次數如下: 9, 9, 9, 8, 8, 8, 7, 6, 4, 4. 試證: 他們之中至少有一人數錯了.

四. 若 a, b, c 為正整數且 $a^2 + b^2 = c^2$, 試證: abc 為 60 的倍數.