

臺灣省第二區高級中學八十七學年度  
數學科能力競賽試題(一)(板橋高中)

編號: \_\_\_\_\_

注意事項:

1. 本試卷共三題計算證明題, 滿分 49 分, 第一題 16 分, 第二題 16 分, 第三題 17 分.
2. 考試時間: 2 小時.
3. 計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

一. 給定一個  $\triangle ABC$ , 其兩邊  $BC$  及  $AC$  分別與圓  $O$  相切於  $E$  及  $F$  點. 已知線段  $AB$  通過圓心  $O$ , 且  $CD$  垂直  $AB$  於  $D$  點.

(a) 試證: 直線  $CD$  是  $\angle EDF$  的角平分線;

(b) 試證:  $AE, BF, CD$  三線共點.

二. 設  $n$  是正整數. 已知邊長  $n$  的正立方體可被分割成 1998 個小正立方體, 這些小正立方體的大小可以不同, 但其邊長都必須是正整數. 試求滿足這樣條件的最小正整數  $n$  之值, 並描述其所有可能的分割法.

三. 設  $a^b + 2^b + 1$  是  $a^{b+1} + 2^{b+1} + 1$  的因數, 其中  $a, b$  都是正整數.

(a) 試證:  $b \leq 2 < a$ .

(b) 試求出所有可能的正整數  $a, b$ .