

臺灣省第七區高級中學八十七學年度
數學科能力競賽試題(二) (屏東高中)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共六題計算題, 每一題3.5分, 共21分.
2. 考試時間: 1小時.
3. 計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

1. 設 $\triangle ABC$ 三邊之長分別為 a, b, c , 而 a, b, c 所對的角分別為 $\angle A, \angle B$ 及 $\angle C$. 若

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{a + b + c} = a^2,$$

試求 $\angle A$ 的度數.

2. 若

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1998} = \frac{b}{a},$$

其中 a, b 為互質之正整數. 試證: 1999必整除 b .

3. 設 A, B, C 在一直線 L 上之三點, 其中 $\overline{AB} = \overline{BC} = 1000$ 公尺. 今從這三點分別遙望塔 P , 在 A 處見塔在東北角方向, 在 B 處見塔在正東方向, 在 C 處見塔在東偏南 30° . 試求塔到直線 L 的最短距離.

4. 某工廠欲興建一個容積為27立方公尺, 深為3公尺的長方體無蓋的蓄水槽. 若槽的底部和槽壁之造價為每平方公尺分別是1200元和800元, 試問此蓄水槽最低的造價是多少元?

5. 設 $f(x)$ 為二次函數, 若函數 $y = f(x)$ 的圖形在 x 軸上所截的線段長為12, 且當 $x = 2$ 時, $f(x)$ 有最大值18, 試求 $f(x)$.

6. 已知實數數列 a_1, a_2, a_3, \cdots 滿足 $a_1 = \frac{1}{2}$ 且 $a_{n+1} = a_n^2 + a_n$, 其中 $n = 1, 2, \cdots$. 試求級數和

$$\frac{1}{a_1 + 1} + \frac{1}{a_2 + 1} + \cdots + \frac{1}{a_{1998} + 1}$$

的整數部份.