

臺灣省第七區高級中學八十七學年度
數學科能力競賽試題(一)(屏東高中)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共四題計算證明題, 滿分 49 分.
2. 考試時間: 2 小時.
3. 計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

一. 設 A, B 均為四位數, 已知 $\log_{10} A = m + \log_{10} n$, 其中 m, n 為正整數. 若 B 的千位數與百位數字之和為 $7n - 4$, 且 $A - B = 5m - n - 2$, 試求 A, B .

二. 工廠品管人員檢驗一個直徑為 6 公分的圓形孔, 通常使用一個直徑為 4 公分和一個直徑為 2 公分的標準圓柱插入該孔進行檢驗. 有時為確保品質, 會再利用兩個合適且同規格的標準圓柱插入洞孔並分別與三個圓柱相切, 試求這兩個標準圓柱直徑的大小.

三. 已知 4 的正因數為 1, 2, 4, 這三個 1, 2, 4 的正因數個數分別為 1, 2 和 3, 而且有 $1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2$.

(1) 試問對正整數 6 是否具有上述的性質? 請說明之.

(2) 試問對於每個正整數是否都具有該性質? 若是, 則證明之; 若不是, 試舉一例說明之.

四. 已知 $\triangle ABC$ 三邊之長分別為 a, b, c . 若 $a^n + b^n = c^n$, 其中 n 為大於 2 的正整數, 試證: $\triangle ABC$ 必為銳角三角形.