

教育部八十六學年度高級中學數學競賽
新竹區複賽試題(二)

編號：_____

注意事項：

6. 本試卷共六題，每小題 3.5 分，共 21 分。
7. 考試時間：1 小時。
8. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
9. 不可使用計算器。
10. 請將答案寫在答案卷內。

1、令 $(\cos \alpha)^{\cos \alpha} = a$ ， $(\sin \alpha)^{\cos \alpha} = b$ 及 $(\cos \alpha)^{\sin \alpha} = c$ 。若 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ ，則 a, b, c 的大小關係為 _____ (1)。

2、過兩圓 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 6$, $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 8$ 所有的交點及原點的圓之方程式為 _____ (2)。

3、設 n 為正整數，且 $\frac{1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3}{2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + (2n)^3} = \frac{199}{242}$ ，則 $n =$ _____ (3)。

4、設有 8 件不同顏色的上衣，10 條相同的褲子；任選 4 任上衣，3 條褲子排成一列，但褲子不相鄰的排法有 _____ (4) 種。

5、設 $a, b, c, d \in \{0, 1, 2\}$ 。型如 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的四次多項式中，有多少個是 $x^2 + x + 1$ 的倍式？答：_____ (5)。

6、已知四邊形 $ABCD$ 中， AB 與 CD 平行， $AB = 4, BC = 1, CD = \sqrt{3}$ ，且 $\angle ADB + \angle DBC = 180^\circ$ ，則 AD 之長為 _____ (6)。