八十六學年度高屏區高級中學數學及自然學科競賽數學科試題

競試（I）

1、設 D 為 ΔABC 內任意的一點，且 $\overline{AB} \geq \overline{BC} \geq \overline{CA}$，

證明：$\overline{DA}+\overline{DB}+\overline{DC} < \overline{AB}+\overline{BC}$

2、令 $a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_{2n}$ 為 $2n$ 個給定的相異實數，試求：

$(a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{2n})$ 之排列 $(b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n, c_1, c_2, c_3, \cdots, c_n)$，

$$b_i > c_i, i = 1,2,3,4,\cdots,n$$

使 $(b_1 - c_1)(b_2 - c_2)(b_3 - c_3)\cdots(b_n - c_n)$ 有極大值。

3、設 $a_1 + \frac{a_2}{2!} + \frac{a_3}{3!} + \cdots + \frac{a_n}{n!} = b_1 + \frac{b_2}{2!} + \frac{b_3}{3!} + \cdots + \frac{b_n}{n!}$，其中 a_i, b_i 均為整數，

$i = 1,2,3,\cdots,n$ 且 $0 \leq a_j < j, 0 \leq b_j < j, j = 2,3,\cdots,n$

證明：$a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3, \cdots, a_n = b_n$

4、設 ΔABC 之三內角為 $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$，試證：

$$Cot^2\alpha \ Cot^2\beta + Cot^2\beta \ Cot^2\gamma + Cot^2\gamma \ Cot^2\alpha \geq 27$$