

# 104 學年度臺灣省北二區 (新竹高中)

## 普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽

### 數學科筆試 (二) 試題

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

#### 注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 設  $x^4 - ax^3 + 2x^2 - bx + 1 = 0$  有一非零實根，則  $a^2 + b^2$  的最小值為     (一)    。
2. 設  $[x]$  表示小於或等於  $x$  的最大整數。若實數  $x$  滿足  $x([x] - 2015) = [x]^2 \neq 0$ ，則  $x =$      (二)    。
3. 根據研究，青蛙捕捉蒼蠅的命中率跟牠與蒼蠅的距離平方成反比，又當蒼蠅與青蛙距離 10 公分時命中率為  $\frac{1}{2}$ ，若沒命中下次發動攻勢時蒼蠅已經再跑遠 5 公分。若青蛙的舌頭長度為 23 公分，且蒼蠅距離青蛙為 10 公分時首發攻勢，則青蛙吃到蒼蠅的機率為     (三)    。
4. 已知  $C_n^m = C_{104}^{2015} + 2C_{104}^{2014} + 3C_{104}^{2013} + \cdots + 1912C_{104}^{104}$ ，則數對  $(m, n) =$      (四)    。
5. 已知參數軌跡

$$x(t) = 2\cos t + \sin t, y(t) = \cos t + 2\sin t, t \text{ 為實數}$$

在平面上構成橢圓，則長軸長與短軸長分別為     (五)    。

6. 坐標平面上，若點  $P(a,b)$  在圓  $x^2 + y^2 = 1$  上，點  $Q(c,d)$  在圓  $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$  上，則  $ac+bd$  的最大值為     (六)    。
7. 圖中， $\triangle OPQ$  與  $\triangle QRS$  均為等腰直角三角形，其中  $\angle P$  與  $\angle R$  為直角， $Q$  不在  $\overline{OS}$  上。已知  $M$  為  $\overline{OS}$  的中點且  $\overline{PR}=1$ ，則  $\triangle PRM$  的周長為     (七)    。

