

**新北市 104 學年度  
高級中學數理及資訊學科能力競賽  
數學科筆試(二)試題**

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 展開  $(1-2x)^7 = \sum_{k=0}^7 a_k x^k$ ，求  $2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5 + 6a_6 + 7a_7 =$  \_\_\_\_\_ (一) \_\_\_\_\_。

2. 設  $P$  為橢圓  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$  上的一點， $\overline{EF}$  為圓  $(x-1)^2 + y^2 = 4$  的一條直徑。則內積

$\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PF}$  的範圍為 \_\_\_\_\_ (二) \_\_\_\_\_。

3. 已知  $(x, y)$  為滿足下列聯立方程組的實數解，求  $x =$  \_\_\_\_\_ (三) \_\_\_\_\_。

$$\begin{cases} -1 - x^2 + 2 \cos(xy) + x \sin(xy) = 0 \\ x + x \cos(xy) - 2 \sin(xy) = 0 \end{cases}$$

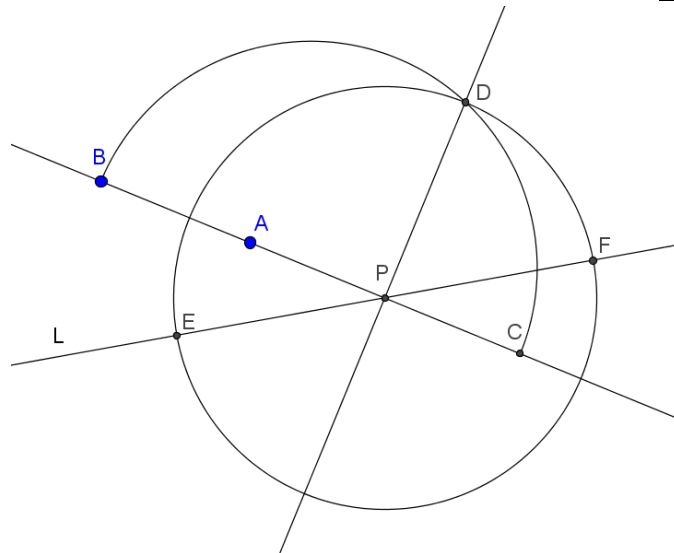
<背面尚有試題>

4. 設  $k$  為正實數，若方程式  $|x^2 - 2x| - x + 1 = k$  有 4 個相異實數根，則  $k$  的範圍為 (四)。

5. 將 1000 顆球，隨意投入 20 個相異的箱子中，當一個箱子裡的球數超過 50，即稱此箱為「重箱」，裡面的球為「重球」。設重球率 =  $\frac{\text{重球數}}{1000}$ 、重箱率 =  $\frac{\text{重箱數}}{20}$ ，則「重球率大於重箱率」的機率為 (五)。

6. 設多項式  $P(x)$  滿足  $P(x^2 + 1) = P(x)^2 + 1$  且  $P(0) = 0$ ，則  $P(104) =$  (六)。

7. 如下圖。設平面上  $A$ 、 $B$  兩點位於直線  $L$  的同側，且直線  $\overleftrightarrow{AB}$  交  $L$  於點  $P$ 。設  $\overline{AP} = 4$ 、 $\overline{BP} = 8$ ，且在直線  $\overleftrightarrow{AB}$  上取另一點  $C$  使得  $\overline{AP} = \overline{PC}$ 。以線段  $\overline{BC}$  為直徑作半圓。過  $P$  點做一直線，此直線垂直於直線  $\overleftrightarrow{AB}$ ，且交半圓於  $D$  點。再以  $P$  為圓心， $\overline{PD}$  為半徑作圓，此圓交直線  $L$  於  $E$ 、 $F$  兩點，試求線段  $\overline{EF}$  的長度 = (七)。



**新北市 104 學年度  
高級中學數理及資訊學科能力競賽  
數學科筆試(二)答案卷**

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

答案欄

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| ( 一 ) | ( 二 ) | ( 三 ) | ( 四 ) |
|       |       |       |       |
| ( 五 ) | ( 六 ) | ( 七 ) |       |
|       |       |       |       |

總計：\_\_\_\_\_