

104 學年度北一區 (花蓮高中)
普通型高級中等學校數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試 (一) 試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共四題計算證明題，滿分為 46 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算過程依序填寫在答案卷內。

問題一：在 $\triangle ABC$ 中，若 $\tan A = \frac{1}{2}$ ， $\tan B = \frac{1}{3}$ ，且最長的邊之長度為 1，則最短的邊之長度為何？

(12 分)

《背面尚有試題》

問題二：設三角形的三邊長分別為 a, b, c ，證明：

$$a^2(b+c-a) + b^2(c+a-b) + c^2(a+b-c) \leq 3abc.$$

(12 分)

問題三：已知實數 a, b, c 滿足

$$\begin{cases} a+b+c=2, \\ \frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

求 abc 的值。

(10 分)

問題四：證明 $x^2 + 3xy - 2y^2 = 122$ 沒有整數解 (x, y) 。

(12 分)

《試題結束》