104 學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

南區（高雄區） 筆試（二）

編號：__________________

注意事項：

(1)時間分配：1 小時

(2)本試卷共四題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 5 分，第三題 5 分，第四題 6 分。

(3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。

(4)不可使用電算器。

(5)試題與答案卷一同繳回。

一、符號 $f^{(2)}(x)=f(f(x))$， $f^{(n)}(x)=\overbrace{f(f(\cdots f(x))\cdots)}^{n\text{次}}$。

已知：$f(x)=7x+6$，求證：正整數 m 滿足 $f^{(100)}(m)$ 被 2015 整除。

二、設 $n\in N$，$S_n=\sum_{k=2}^{n}[\log_2 k]$，求使得 $S_n\geq 2015$ 成立的最小 n 值。(符號 $[x]$ 為不大於 x 的最大整數）

三、證明由 1 至 200 之中任取 101 個相異整數，必有兩個數的差等於 10。

四、設 $x>0$， $f(x)=\dfrac{4x^2-\sqrt{16x^4+8x^2+9}+3}{2x}$，求 $f(x)$ 的值域為何？