104 學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

南區（高雄區） 筆試（一）

編號：____________________

注意事項：

(1)時間分配：2 小時

(2)本試卷共四題，滿分 49 分。第一題 12 分，第二題 12 分，第三題 12 分，第四題 13 分

(3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。

(4)不可使用電算器。

(5)試題與答案卷一同繳回。

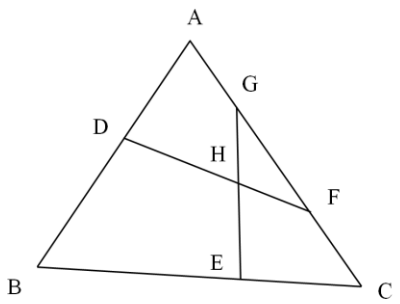
一、已知 a 為小於 10000 的正整數，b 為正奇數且 $\dfrac{58^b + a\times 31^b}{2403}$ 為正整數，求滿足這些條件中，a 的最大值及最小值之和為何？

二、如圖:

三角形 ABC 中，D, E, F, G 分別是 AB, BC, CA, CA 邊上的點，DF 與 EG 相交於 H 點。

$\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{a}{b}$， $\dfrac{BE}{EC}=\dfrac{c}{d}$， $\dfrac{CF}{FA}=\dfrac{e}{f}$， $\dfrac{CG}{GA}=\dfrac{g}{h}$ 。

證明： $\dfrac{GH}{HE}=\dfrac{a(c+d)(fg-eh)}{(h+g)(bdf+ace)}$



三、求方程式 $2x(6x-3y-7)=y(7-3y)$ 的所有整數解。

四、證明 $1<\sqrt{2+\sqrt[3]{3+\sqrt[4]{4+\cdots+\sqrt[1120]{1120}}}}<2$ 。