

104 學年度台灣省第八區(屏東區)

高級中學數理及資訊學科能力競賽複試試題

口試試題 參考解答

【口試題一】

已知 a, b, c, d 都小於 1 正數。證明 $(1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > 1-a-b-c-d$ 。

【參考解答 1】利用變數少的策略，

先考慮， $(1-a)(1-b) = 1-a-b+ab > 1-a-b$ ，

$\therefore (1-a)(1-b)(1-c) > (1-a-b)(1-c) = 1-a-b-c+ac+bc > 1-a-b-c$ ，

$\therefore (1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > (1-a-b-c)(1-d) = 1-a-b-c-d+ad+bd+cd > 1-a-b-c-d$

1. 二個變數： $(1-a)(1-b) = 1-a-b+ab > 1-a-b$

2. 三個變數： $(1-a)(1-b)(1-c) > (1-a-b)(1-c) = 1-a-b-c+ac+bc > 1-a-b-c$

3. 四個變數： $(1-a)(1-b)(1-c)(1-d) > (1-a-b-c)(1-d)$
 $= 1-a-b-c-d+ad+bd+cd > 1-a-b-c-d$

【參考解答 2】直接化簡，利用分組及已知條件，

$$\begin{aligned} & (1-a)(1-b)(1-c)(1-d) \\ &= 1-(a+b+c+d)+(ab+ac+ad+bc+bd+cd)-(abc+abd+acd+bcd)+abcd \\ &= 1-a-b-c-d+ab(1-c)+ad(1-b)+ac(1-d)+bc(1-a)+bd+cd+abcd \\ &> 1-a-b-c-d \end{aligned}$$