

103 學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

南區（台南區）筆試（二）

編號：_____

注意事項：

- (1)時間分配：1 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 5 分，第三題 5 分，第四題 6 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題與答案卷一同繳回。

一、已若 $\triangle ABC$ 的三邊長滿足 $\overline{BC}^2 - \overline{BC} - 2\overline{AB} = 2\overline{CA}$ 和 $2\overline{AB} - \overline{BC} - 2\overline{CA} = 3$ ，

求證 $\overline{AB} > \overline{BC} > 3$ 。

二、已知 A, B, C 三人各有巧克力若干條，首先由 A 贈送 B, C 二人與 B, C 原有數量相同的巧克力；再由 B 贈送 A, C 二人與 A, C 目前數量相同的巧克力；最後由 C 贈送 A, B 二人與 A, B 目前數量相同的巧克力， C 贈送完後， A, B, C 三人的巧克力條各有 128 條。問原來 A, B, C 三人各有幾條巧克力？

三、設 n 為正整數且其正因數的個數恰有 30 個，若 7, 9 及 25 皆為 n 的因數，則 n 的可能值有幾個？

四、實數 α 與 β 滿足方程式 $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha = 4$ 及 $\beta^3 - 3\beta^2 + 5\beta = 2$ ，求 $\alpha + \beta = ?$