

新北市 103 學年度  
高級中學數理及資訊學科能力競賽  
數學科筆試(二)試題

編號：\_\_\_\_\_ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1. 使得多項式  $f(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 19x - 30 < 0$  的  $x$  範圍為\_\_\_\_\_ (一)\_\_\_\_\_。

2. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為正整數滿足  $\log_a b = \frac{3}{2}$ ， $\log_c d = \frac{5}{4}$ 。若  $a - c = 9$ ，則  
 $b + d =$ \_\_\_\_\_ (二)\_\_\_\_\_。

3. 滿足  $m + (m+1) + (m+2) + \cdots + (n-1) + n = 70$  ( $50 < m < n < 300$ ) 的正整數數對  
 $(m, n) =$ \_\_\_\_\_ (三)\_\_\_\_\_。

<背面尚有試題>

4. 平面上給定線段  $\overline{AB} = 16$ 。對平面上的點  $P$ ，令  $a(P)$  表示  $\triangle ABP$  的面積， $b(P)$  表示  $\triangle ABP$  的周長，則滿足  $a(P) \in \{100, 110, 120\}$  且  $b(P) = 50$  的點  $P$  共有 (四) 個。

5. 已知從 9 個正數  $1, 1, 3, 5, 7, 9, 9, 22, x$  中，任意取出 4 數之和的數學期望值為  $\frac{100}{3}$ ，則  $x$  之值為 (五)。

6. 對任意有限集合  $X$ ，函數  $f(X)$  定義為  $X$  內最大的數，減第二大的數，加第三大的數，減第四大的數，...，依此類推。例如： $f(\{3, 6, 10, 12, 1\}) = 12 - 10 + 6 - 3 + 1 = 6$ 。令集合  $U = \{1, 2, 3, \dots, 103\}$ 。則  $U$  的所有非空子集合  $X$  的  $f(X)$  之值的和為 (六)。

7. 對所有的正整數  $n$ ，定義

$$S(n) = 1 + 11 + \cdots + \underbrace{11 \dots 1}_n \quad (\text{最後一項有 } n \text{ 個 } 1)$$

例如： $S(1) = 1$ ， $S(2) = 1 + 11 = 12$

使得  $S(n)$  是 45 的倍數的最小正整數  $n =$  (七)。