

103 學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

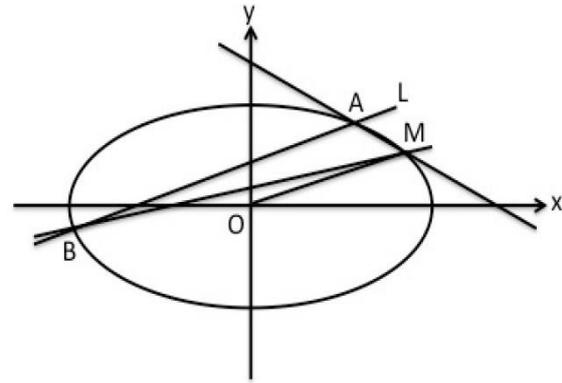
南區（屏東區）筆試（二） 編號：_____

注意事項：

- (1)時間分配：1 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 21 分。第一題 5 分，第二題 5 分，第三題 5 分，第四題 6 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題與答案卷一同繳回。

一、若 $x = \sum_{k=1}^{2499} \frac{1}{\sqrt{k}}$ ，求 x 的整數部分。

二、如圖，點 $M(2,1)$ 為橢圓 C 上的一點，橢圓的兩個焦點其座標分別為 $(-\sqrt{6}, 0)$ 和 $(\sqrt{6}, 0)$ 。
 O 為原點，直線 L 平行於 OM 並交橢圓 C 於相異的兩點 A, B 。求 ΔOAB 面積的最大值。



三、設 a, b 均為正整數且滿足 $(a+1)(b+1) = 18$ ， $a^2b + ab^2 = 70$ ，求 $a + 2b$ 之值？

四、設 $f(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2$ ，令 $f(a) = a_1$ ， $0 < a < 4$ ，且 $f(a_n) = a_{n+1}$ ，

$n = 1, 2, 3, \dots$ 。試證 $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$ 。