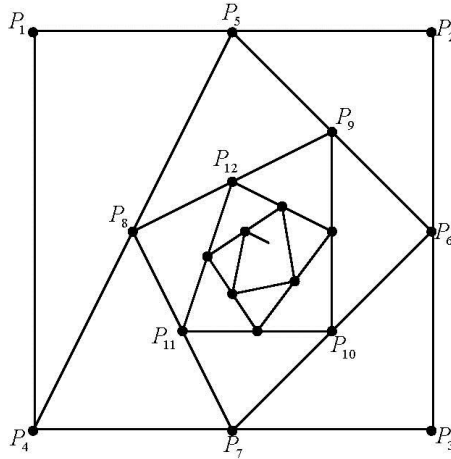


1. 座標平面上四點 $P_1(0,1)$, $P_2(1,1)$, $P_3(1,0)$, $P_4(0,0)$ 圍成一正方形。如下圖所示, 假設 P_5 為 P_1P_2 之中點, P_6 為 P_2P_3 之中點, P_7 是 P_3P_4 之中點, 以此步驟繼續下去可生成數列 $\{P_n\}$:



令 P_n 的座標為 (x_n, y_n) , 求

$$(x_{500} + 2x_{501} + 2x_{502} + 2x_{503})(2y_{504} + 4y_{505} + 4y_{506} + 4y_{507})$$

之值。

2. 設實數 a, b 滿足 $a + b = 2$, 試求 $\sqrt{3a+1} + \sqrt{2b + \frac{1}{5}}$ 的最大值, 並說明此時 a, b 之值。

3. 設 A, B, C, D 是四邊形 $ABCD$ 的四個內角。

證明：
$$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D = 4 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{B+C}{2} \cos \frac{C+A}{2}$$

4. 設函數 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 對所有實數 x 和對所有大於 10^8 的實數 y 恆有

$$|f(x+2y) - 2f(x+y) + f(x)| \leq 0.2$$

試證明 f 對任意實數 x, y 恆滿足

$$|f(x+2y) - 2f(x+y) + f(x)| \leq 0.4$$