

102 學年度北二區(新竹高中)
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(二) 試題

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題3分，滿分為21分。
2. 考試時間：1小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

問題：

1. 已知方程式 $\sqrt{2-x} + \frac{4}{\sqrt{2-x+3}} = 2$ ，求 $x =$ _____ (一)。
2. 設 x 為實數，求函數 $f(x) = \sqrt{(x+2)^2+1} - \sqrt{(x-2)^2+16}$ 的最小值為 _____ (二)。
3. 假設 a 、 b 、 c 都是自然數，而且滿足 $a+b+c = 2013$ ，試求 $2^a + 2^b + 2^c$ 的最大值為 _____ (三)。
4. 若 $\sec x + \tan x = \frac{22}{7}$ ，求 $\csc x + \cot x =$ _____ (四)。
5. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ ，其中 $a_n = n^2$ ， $n = 1, 2, \dots$ 。另有一數列 $\langle b_n \rangle$ ，其中 b_n 為數列 $\langle a_n \rangle$ 中小於或等於 n 的項數，例如 $b_1 = 1$ ， $b_2 = 1$ ， $b_3 = 1$ ， $b_4 = 2$ ，求 $\sum_{n=1}^{102} b_n$ 的和為 _____ (五)。
6. 設 $a = 7^{7^{7^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}$ (有 2013 個 7)，試求 a 的末兩位數為 _____ (六)。
7. 袋中有 20 個球分別編號 $1, 2, \dots, 20$ 。今四人分別在袋中隨機取一球，取後不放回。取到兩個數字較小的兩人編為一組，較大的兩人在另一組。現已知有兩人抽到 5 與 14，問這兩人在同一組的機率為 _____ (七)。

(試題結束)