

102 學年度北二區(新竹高中)
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(一) 試題

編號：_____ (學生自填)

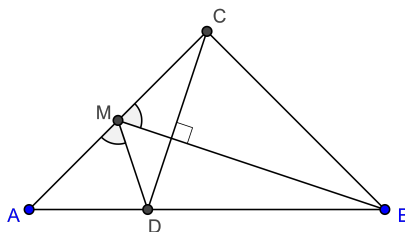
注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為49分。
2. 考試時間：2小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算過程依序填寫在答案卷內。

問題一： 設 A, B 為橢圓 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的兩個動點，滿足直線 OA 與直線 OB 的斜率之積為 -2 ， O 為原點，試證： $\triangle OAB$ 的面積為定值。 (16分)

問題二： 設 a, b 為實數使得 $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ 至少有一實根。在滿足上述條件的所有可能 (a, b) 中，求 $a^2 + b^2$ 的最小值。 (16分)

問題三： 等腰直角三角形 ABC 中， $\angle C$ 為直角， M 為 AC 中點，過 C 做 BM 的垂線交 AB 於 D 。證明 $\angle AMD = \angle CMB$ 。



(17分)