

# 102 學年度北一區（花蓮高中）

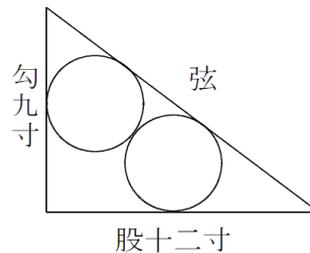
## 高級中學數理及資訊學科能力競賽

### 數學科筆試（二）試題

編號：\_\_\_\_\_（學生自填）

#### 注意事項：

1. 本試卷共八題填充題，每題 3 分，滿分為 24 分。
  2. 考試時間：1 小時。
  3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
  4. 將答案依序填寫在答案欄內。
1. 《天地明察》是有關和算家澀川春海的傳記故事，也納入澀川春海與同時代日本算聖關孝和的競爭，將數學知識活動，譬如解題與出題等對話，極為成功地融入故事情節之中。下圖是該小說裡一道數學題目的插圖：

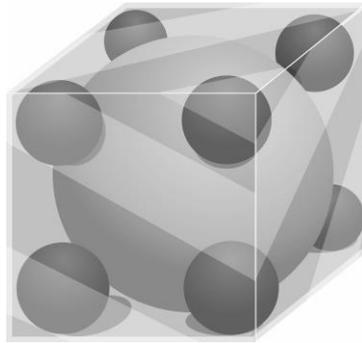


在一勾九寸、股十二寸的直角三角形內，有兩個直徑相同的圓，彼此相切，與邊也相切，如上圖所示。試求這兩個相同圓的半徑為    (一)    。

2. 設  $a = \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,  $b = \left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ,  $c = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,  $d = \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{2}{3}}$ ,  $e = (-3)^3$  則  $a, b, c, d, e$ ，由大而小排列為    (二)    。

3. 某一燈塔裝置了紅、黃、藍、綠、紫五種不同顏色的燈，每晚會點亮其中一種燈，且每一晚都是從前一晚未點過的四種燈中隨機點亮一種。設第 1 晚點亮紅色燈，則第 6 晚也點亮紅色燈的機率為    (三)    （以最簡分數表示）。

4. 有一輛車在筆直的公路上做等速直線運動。開始時該車位於  $A$  點，1 分鐘及 2 分鐘後，該車分別位於  $B$  和  $C$  點，有一人在某個觀測點  $O$  測得  $\angle AOB=90^\circ$  及  $\angle BOC=30^\circ$ ，設  $\angle OAC=\theta$ ，則  $\tan \theta$  的值為    ( 四 )    。
5. 設集合  $A=\{1,2,3,\dots,102\}$  共 102 個數， $B, C$  為另 2 個集合，滿足  $B \cup C = A$ ，則這樣的  $(B, C)$  共有    ( 五 )    組。
6. 一模型公司在一個內部邊長為 2 單位的透明正立方體箱子內，放置一顆半徑為 1 單位的黃球，然後又要在箱子的八個角落再塞入 8 顆半徑相同的小紅球。



試求：小紅球的最大半徑為    ( 六 )    單位。

7. 設  $a$  為實數。若對於所有實數  $x$ ， $\left| \frac{x^2 + ax + 3}{x^2 + x + 2} \right| < 2$  恆成立，則  $a$  的範圍為    ( 七 )    。
8. 坐標平面上圓  $C$  通過點  $(0,2)$ ，且  $C$  與兩直線  $\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y + 1 = 0$  皆相切，則圓  $C$  的方程式為    ( 八 )    。