

# 102 學年度高級中學數學學科能力競賽

## 嘉義區複賽試題 (二)

編號：\_\_\_\_\_

(時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共五題填充題，滿分為二十一分。
2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。

---

一、設  $n$  是小於 100 的正整數，若  $\sum_{i=1}^{3n} i$  是 9 的倍數且是  $6n$  的倍數，則  $n$  有幾個  
(4 分) 解？

二、設  $x_1, x_2, \dots, x_{2013}$  是實數，求  
(4 分)  $\sin x_1 \cos x_2 + \sin x_2 \cos x_3 + \dots + \sin x_{2012} \cos x_{2013} + \sin x_{2013} \cos x_1$   
的最大值。

三、試找出滿足  $(x+1)(x^2+1)(x^3+1) = 30x^3$  的所有實數  $x$ 。  
(4 分)

四、一袋中有 4 個紅球與 3 個白球，自袋中隨機取出 4 球，再任意分給甲、乙、  
(4 分) 丙三人；假設每人可得球數不限（包含 0 個），在已知甲拿到 2 個紅球的情況  
下，求乙至少拿到 1 個紅球的機率。

五、 $\triangle ABC$  中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle A$  的角平分線交  $\triangle ABC$  的外接圓於一點  $D$ ，  
(5 分)  $\overline{AD} = 4$ 。若  $\triangle ABC$  的周長為  $6 + 4\sqrt{3}$ ，求  $\triangle ABC$  的面積。