台北市 101 學年度
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(二)試題

編號：______________(學生自填)

注意事項：

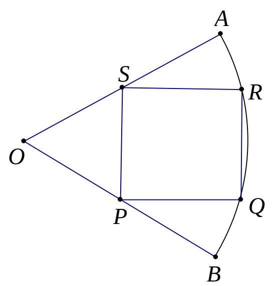
1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案填寫在答案欄內。

1.令 Γ_1 為 $y=\log_3 x$ 的圖形，Γ_2 為將 Γ_1 上移 2 單位所得的圖形。設 $A(a,b)$ 為 Γ_1 上的一點，直線 $x=a$ 交圖形 Γ_2 於點 B，直線 $y=b$ 交圖形 Γ_2 於點 C。若 $\overline{BC}=8$，則 $a=$__(一)____。

2.試求 $(\tan 1^\circ+\sqrt{3})(\tan 2^\circ+\sqrt{3})\cdots(\tan 29^\circ+\sqrt{3})$ 之值為____(二)_____。

3.設 $a=\sin\dfrac{\pi}{18}$、$b=\cos\dfrac{\pi}{18}$、$c=\tan\dfrac{\pi}{18}$、$d=\dfrac{\pi}{18}$，試由小而大排出 a、b、c、d 的大小關係:___(三)____。

4.如圖，扇形 OAB 的半徑為 1，圓心角 AOB 等於 60°，則其內接矩形 $PQRS$ (R、Q 在圓弧上，S、P 在半徑上)的最大面積為___(四)____。

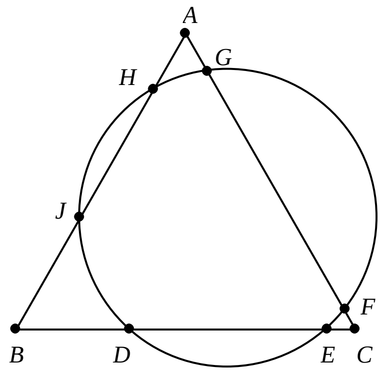


5.坐標空間中，給定一直線 $L: x-2=3-y=z$ 及定點 $A(1,1,15)$。若點 $P(a,b,c)$ 滿足 $a\ge 5, b\le 1, c\ge 0$，a,b,c 都是整數，且 $\overrightarrow{AP}$ 與 L 的方向向量垂直，則所有可能的點 P 共有 ___(五)____個。

<背面尚有試題>

6. 如圖，正三角形 ABC 交一圓於六個點，若 $\overline{AG}=2$，$\overline{GF}=13$，$\overline{FC}=1$，$\overline{HJ}=7$，

則 $\overline{DE}$ 之長為___(六)____。



7. 已知 $\sum_{m=0}^{15}\left(\sum_{n=0}^{15-m}\frac{(m+n)!}{m!\,n!}\cdot C_{m+n}^{15}\cdot 5^{n}\right)$ 是一個正整數，則此正整數除以 100 的餘數

為 ___(七)____。