

一百零壹學年度高級中學數學科能力競賽複賽試題

南區（台南區） 筆試（一） 編號：_____

注意事項：

(1)時間分配：2 小時

(2)本試卷共四題，滿分 49 分。第一題 12 分，第二題 12 分，第三題 12 分，第四題 13 分

(3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。(4)不可使用電算器。(5)試題與答案卷一同繳回。

一、設 $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots + \frac{1}{1}}}} = \frac{m}{n}$ ，其中 m 和 n 是互質的正整數，

而等式左邊含 1998 條分數線，試計算 $m^2 + mn - n^2$ 的值

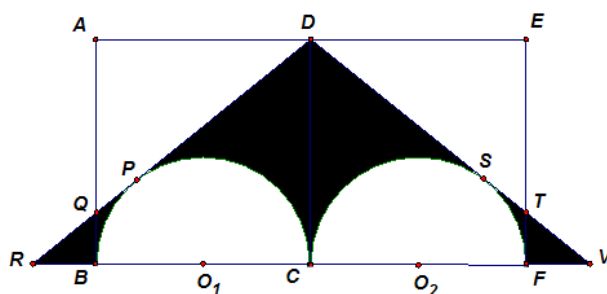
二、求方程組的解 $\begin{cases} xy + yz + zx = 6 \\ \frac{x^2 + 6}{20x} = \frac{y^2 + 6}{15y} = \frac{z^2 + 6}{20z} \end{cases}$

三、如圖，四邊形 $ABCD$ 和 $CDEF$ 均是邊長為

8 的正方形，今分別以 \overline{BC} 和 \overline{CF} 為直徑各

在兩正方形的內部作一半圓，再從 D 點分

別作此兩半圓的切線，設兩切線分別切半



圓於 P 點和 S 點，切線 \overline{DP} 交 \overline{AB} 邊於 Q 點且交 \overline{BC} 邊之延長線於 R 點，切線 \overline{DS}

交 \overline{EF} 邊於 T 點且交 \overline{CF} 邊之延長線於 V 點，試求黑色部分面積。

四、試證在任意 9 個相異實數中，有兩個數 a, b 滿足 $0 < \frac{a-b}{1+ab} < \sqrt{2} - 1$