

101 學年度台灣省第四區(新竹高中)
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(一) 試題

編號：_____ (學生自填)

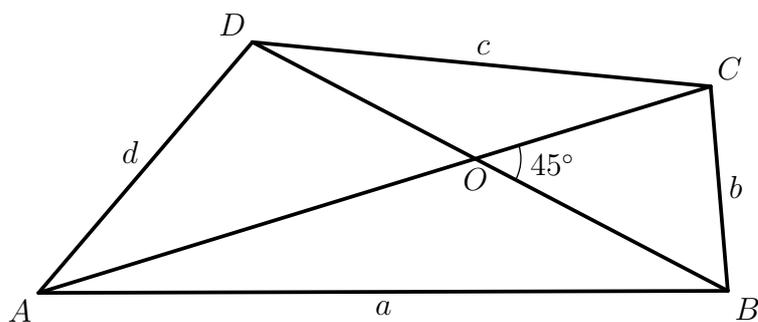
注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將演算過程依序填寫在答案卷內。

問題一：圓上有 100 個點將圓周等分，任選其中三點皆可形成一個三角形。請問：這些三角形中，有幾個是「銳角三角形」？ (16 分)

問題二：四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線相交於 O 點，且 $\angle BOC = 45^\circ$ 。設四邊形 $ABCD$ 的邊長依序為 a, b, c, d ，如圖所示。

試證：四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\frac{a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{4}$ 。 (16 分)



問題三：設 x, y, z 為正實數。試證：

$$\frac{1}{3} < \frac{x}{3x+y+z} + \frac{y}{x+3y+z} + \frac{z}{x+y+3z} \leq \frac{3}{5}.$$

(17 分)