

101 學年度台灣省第十區(屏東區)
高級中學數理及資訊學科能力競賽複試試題

數學科筆試(一)

編號：_____

注意事項：

- (1)時間分配：2 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 49 分。第一題 13 分，第二題 12 分，第三題 12 分，第四題 12 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。不可使用電算器。
- (4)試題與答案卷一同繳回。

一、平行四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} < \overline{AD}$ ，令點 G 在 \overline{BC} 的延長線上但不在 \overline{BC} 內，使得

$\overline{AB} = \overline{CG}$ 。如果 $\angle ABC$ 的角平分線分別交直線 \overline{AD} 與 \overline{CD} 於點 E, F ，試證：

$\overline{GE} = \overline{GF}$ 。

二、設 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$ 皆為整數，且滿足條件：

$$|x_1| = 1 \text{ 及 } |x_{n+1}| = |x_n + 1|, \quad n = 1, 2, 3, \dots, 8, 9。$$

試求 $|x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9 + x_{10}|$ 的最小值。

三、如果要從 1 到 n 取 k 個不連續的整數，

(a) k 最大是多少？ (b) 有多少不同的取法？

四、設 p 為質數，如果 $p^2 + 11$ 的正因數之個數少於 11 個，試求滿足這樣條件的所有質數 p 。