

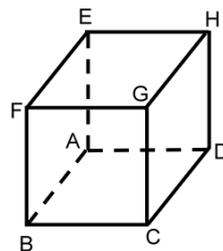
教育部 100 學年度高級中學數學競賽  
台中區複賽試題 (二) (時間一小時)

注意事項：

1. 本試卷共六題填充題，滿分為二十一分。
  2. 請將答案寫在答案欄內，計算紙必須連同試卷交回。
- 

(3分) 一、求  $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{2010^2}+\frac{1}{2011^2}}$  的值。

(3分) 二、設  $P$  為正立方體  $ABCDEFGH$  內部一點，且滿足  $\overline{PA}=\overline{PB}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，  
 $\overline{PF}=\overline{PC}=\frac{\sqrt{107}}{2}$ ，求此正立方體的邊長。



(3分) 三、 $\frac{\tan 1^\circ}{\cos 2^\circ}+\frac{\tan 2^\circ}{\cos 4^\circ}+\frac{\tan 4^\circ}{\cos 8^\circ}+\cdots+\frac{\tan(2^n)^\circ}{\cos(2^{n+1})^\circ}=?$  (答案僅能以  $\tan$  表示)

(4分) 四、在區間  $(0,1)$  當中，隨機任選兩個相異點  $x$  和  $y$ ，即可將此區間分成長度各為  $a, b$  和  $c$  的三個子區間。已知每一個序對  $(a, b, c)$  出現的機率均等，試問  $a, b$  和  $c$  可以作為一個三角形的三邊長的機率為何？

(4分) 五、設  $f$  為一個 2010 次的多項式，且滿足  $f(k)=\frac{1}{k}$ ， $k=1, 2, 3, \dots, 2011$ 。試

求  $f(2012)$  的值。

六、平面上，由圖形  $\frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1$ ,  $y+1 \geq (\frac{\sqrt{3}}{2}+1)x$ ,  $y+1 \geq -(\frac{\sqrt{3}}{2}+1)x$  所

(4分) 圍成區域之面積為何？