

**台北市 100 學年度
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試（二）**

注意事項：

1. 本試卷共七題填充題，每題 3 分，滿分為 21 分。
2. 考試時間：1 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將答案依序填寫在答案欄內。

1. 已知一個 $9 \times 10 \times 11$ 的大長方體積木是由 990 個每邊 1 單位的白色小正立方體積木所併成。若將大長方體積木的表面全部著上紅色後再拆開成原來的 990 個小正立方體積木，則恰有兩面著上紅色的小正立方體積木共有 （一） 個。

2. 若 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 是整係數多項式函數，滿足

$$f(0) = 0, f(1) = 1, 620 \leq f(8) \leq 630,$$

則 $f(2) =$ （二）。

3. 坐標空間中，有一球的球心為 $(0, 0, \frac{5}{2})$ 、半徑為 2，另一球的球心為 $(0, 0, 6)$ 、半徑為 $\frac{5}{2}$ ，

則同時在這兩球內部且坐標均為整數的點共有 （三） 個。

4. 在下列的三角形陣列中，對 $k=1, 2, 3, \dots$ ，由上而下的第 k 列是由 k 個數所排成，其中最左邊的數與最右邊的數都是 $k+1$ ，而中間的數都是上一列相鄰兩數之和，則第 100 列的數之總和除以 100 的餘數為 （四）。

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 2 \\ & & & & & & 3 & 3 \\ & & & & & & 4 & 6 & 4 \\ & & & & & & 5 & 10 & 10 & 5 \\ & & & & & & 6 & 15 & 20 & 15 & 6 \\ & & & & & & & & & & \vdots \end{array}$$

5. 用 6 種顏色來塗一正方形 $ABCD$ 的四個頂點，使 A, C 不同色、 B, D 也不同色的塗色方法，共有 （五） 種。

6. 在 $\triangle ABC$ 中，已知點 D 在 \overline{BC} 上且 $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$ ，點 F 與點 G 都在 \overline{CA} 上且 $\overline{CF} : \overline{FG} : \overline{GA} = 3 : 1 : 1$ ，點 H 在 \overline{AB} 上且 $\overline{AH} : \overline{HB} = 1 : 3$ 。若 \overline{DG} 與 \overline{FH} 交於點 P ，則

$$\overline{FP} : \overline{PH} = \underline{\quad (六) \quad}。$$

7. 若 α 是 $\frac{1}{3}x + 3^x = 8$ 的一個根， β 是 $x + \log_3(x+1) = 24$ 的一個根，則 $\alpha + \beta =$
 (七) 。