

**100 學年度台灣省第二區(新店高中)
高級中學數理及資訊學科能力競賽
數學科筆試(一) 試題**

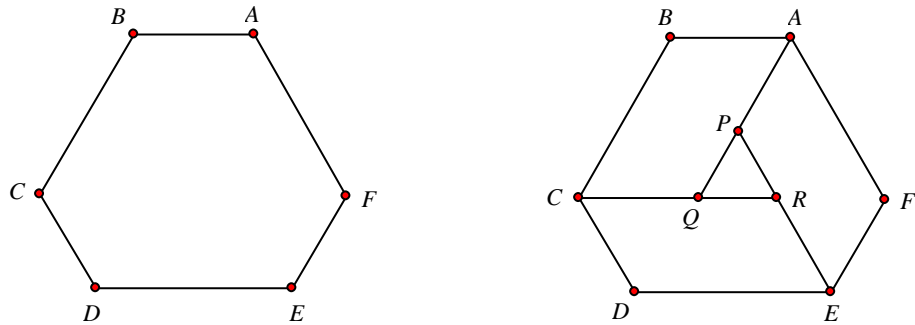
注意事項：

1. 本試卷共三題計算證明題，滿分為 49 分。
2. 考試時間：2 小時。
3. 試題及計算紙必須連同答案卷交回。
4. 將過程依序填寫在答案卷內。

問題一：若凸六邊形 $ABCDEF$ 具有下述性質：

- (1) \overline{AB} 與 \overline{DE} 平行， \overline{BC} 與 \overline{EF} 平行， \overline{CD} 與 \overline{FA} 平行；
- (2) $\overline{BC} - \overline{EF} = \overline{DE} - \overline{AB} = \overline{FA} - \overline{CD} > 0$ ；

試證：六邊形 $ABCDEF$ 的內角都相等。(16 分)



問題二：設函數 $f(x)$ 在 $1 \leq x \leq 3$ 時，滿足 $f(x) = 1 - |x - 2|$ ，且對所有的正數 x ，

$f(x)$ 滿足 $f(3x) = 3f(x)$ 。試求最小的正數 x 使得 $f(x) = f(2011)$ 。(16 分)

問題三：假設 r_1, r_2, r_3 是實係數方程式 $x^3 - x^2 + ax - b = 0$ 的 3 個根，其中 r_1, r_2, r_3 滿足

$$0 < r_i < 1, \quad i = 1, 2, 3。$$

(1) 證明： $2\sqrt{1-r_1}\sqrt{1-r_2} \leq 1+r_3$ 。(8 分)

(2) 證明： $7a - 9b \leq 2$ ，並求當等號成立時， a, b 之值。(9 分)