

**台灣省第一區一百學年度
高級中學數學及自然科能力競賽
數學科口試 參考解答**

口試:

已知 a 、 b 為正整數，且 $a < b$ ，若 a 、 b 的最小公倍數為 105，且 $3a + 7b = 308$ ，則數對 (a, b) 為何？ (21,35)

解: 設 $(a, b) = d$ ，則 $d | 308$ 且 $d | 105$

$$\Rightarrow d | (308, 105) \Rightarrow d | 7 \Rightarrow d = 1 \text{ or } 7$$

若 $d = 1$ ，則 $ab = (a, b) \times [a, b] \times 1 = 105$
 $\Rightarrow (a, b) = (1, 105), (3, 35), (5, 21)$

分別代入 $3a + 7b = 308$

均不合

若 $d = 7$ 則 $ab = 7 \times 105 = 3 \times 5 \times 7^2 \Rightarrow (a, b) = (7, 105), (21, 35)$

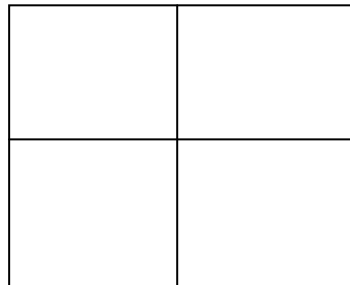
分別代入 $3a + 7b = 308$ ，

只有 (21,35) 合

口試:

在邊長為 1 的正方形內任給 5 點，證明: 其中必有 2 點，他們的距離小於或等於 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

解:



取各邊中點，如上平分正方形為 4 塊小正方形，在同一個小正方形內的 2 點距離都小於小正方形的對角線長 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。