

100 學年度台灣省第十區(屏東區)
高級中學數理及資訊學科能力競賽複試試題
數學科筆試(一)

注意事項：

- (1)時間分配：2 小時
- (2)本試卷共四題，滿分 49 分。第一題 13 分，第二題 12 分，第三題 12 分，第四題 12 分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。不可使用電算器。
- (4)試題與答案卷一同繳回。

一、證明： $\sin \frac{\pi}{13} \sin \frac{2\pi}{13} \cdots \sin \frac{6\pi}{13} = \frac{\sqrt{13}}{2^6}$

二、已知 I 為 $\triangle ABC$ 的內切圓之圓心，且 $\overline{CA} + \overline{AI} = \overline{BC}$ ，如果 $\angle CBA = k\angle BAC$ ，試求 k 值。

三、令 x 為大於零的實數，試求 $\frac{x^2 + 2 - \sqrt{x^4 + 4}}{x}$ 的最大值

四、設方程式 $x^3 - x - 1 = 0$ 的三個根為 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 。試求 $\omega_1^8 + \omega_2^8 + \omega_3^8$ 的值。