

九十九學年度高級中學數學能力競賽決賽

筆試試題（二）

注意事項：

- (1) 時間：2 小時（16:00~18:00）
 - (2) 配分：每題皆為 35 分
 - (3) 不可使用計算器
 - (4) 請將答案依序寫在答案卷內
-

一、設 I 為 $\triangle ABC$ 的內切圓圓心， P 為 $\triangle ABC$ 內的任一點。證明：

若 $\angle BPC = \angle BIC$ ，則 $\overline{AP} \geq \overline{AI}$ 。

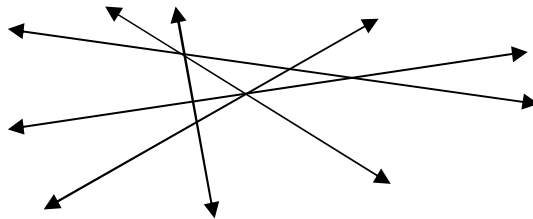
二、試確定所有的實數三元序組 (a, b, c) 使得下列不等式(*)：

$$|ax + by + c - \sqrt{4 - x^2 - y^2}| \leq 1 \dots\dots (*)$$

對任意滿足 $x^2 + y^2 \leq 4$ 的實數 x, y 恆成立。

三、平面上有 n 條互不平行的直線，共有 m 個交點，其中僅兩直線通過的交點個數為 k ，而由相鄰的交點所截開的線段個數為 S 。例如：下圖為 5 條直線、6 個交點的特例，其中

$n = 5, m = 6, k = 4$ ，而線段個數 $S = 9$ 。



試證： $S \geq 3m - k - n$ 。