

九十七學年度高級中學數學能力競賽決賽

筆試試題（二）

注意事項：

- (1) 時間：2 小時（16:00~18:00）
 - (2) 配分：每題皆為 35 分
 - (3) 不可使用計算器
 - (4) 請將答案依序寫在答案卷內
-

一、在 $\triangle ABC$ 中，設 D 為 \overline{BC} 邊上一點， $\overline{AB} > \overline{BD}$ ，且 $\angle ABC$ 的平分線與 \overline{AC} 交於 E 。試證： $\overline{AE} = \overline{DE}$ 的充要條件為 A, B, D, E 四點共圓。

二、有一非常大的正整數 n ，它除了不可被 1 至 250 中某兩連續正整數 $k, k+1$ 整除外，都可被 1 至 250 中其他的整數整除，試求 k 之值。

三、在直角坐標平面上，給定相異兩點 A, B ，試證：平面上可以找到由有限個點所組成的集合 Ω ，同時滿足以下兩條件：

- (1) Ω 必須包含 A, B 兩點，
- (2) 對 Ω 中每一個點 P ，在 Ω 中至少還有 2008 個點 X 滿足 $\overline{PX} = 1$ 。