

九十七學年度高級中學數學能力競賽決賽

獨立研究試題（二）

注意事項：

- (1) 三題中自選兩題作答，並請註明題號
 - (2) 時間：2 小時（10:20~12:20）
 - (3) 配分：每題皆為 7 分
 - (4) 不可使用計算器
 - (5) 請將答案寫在答案卷內
-

一、設 a 為實數，且方程式 $x^4 + 4x^3 - 6x^2 + ax + 20 = 0$ 的四個根之中，有兩根的乘積等於 -5 ，試求 a 的值，及其對應的所有根。

二、設 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 2\angle B$ 。試證： $27\overline{AB}^2 \cdot \overline{AC} > 4\overline{BC}^3$ 。

三、考慮所有可能的正整數數列 $A = \langle a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \rangle$ ，其中 $n \geq 100$ 且數列 A 中任意連續若干項之和都不等於 100，令 $f(A)$ 表示數列 A 中各項的最大數，例如： $A = \langle 97, 98, 1, 2, 5, 96, 7, 7, 7, \dots, 7 \rangle$ ，則 $f(A) = 98$ 。試求 $f(A)$ 的最小值。