

九十六學年度高級中學數學科能力競賽決賽

獨立研究試題 (二)

注意事項：

- (1) 三題中僅可以選兩題作答，並請註明題號。
 - (2) 時間分配：2 小時 (10:20~12:210)。
 - (3) 配分：每題皆為 7 分。
 - (4) 不可使用計算器。
-

一、 設 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，求

$f(\theta) = (\sin \theta + \tan \theta + \sec \theta)(\cos \theta + \cot \theta + \csc \theta)$
的最小值。

二、 已知三次實係數方程式

$$x^3 - a_2x^2 + a_1x - a_0 = 0$$

有三個實數根，求證此三根一定落在閉區間

$$\left[\frac{a_2}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{a_2^2 - 3a_1}, \frac{a_2}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{a_2^2 - 3a_1} \right]$$

內。

三、 有多少個各項係數為 1 或 -1，且根全為實數的多項式？