

九十五學年度全國高中數學科能力競賽決賽

筆試試題 (二)

注意事項：

- (1)時間分配：2 小時 (16:00~18:00)。
 - (2)配分：每題皆為 7 分。
 - (3)不可使用計算器。
-

一、設 $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，圓 O 為 $\triangle ABC$ 的外接圓， P 為劣弧 BC

上異於 B 、 C 的動點，連接 AP 線段與三角形的 BC 邊交於點 Q 。試求

$\frac{AQ}{QP}$ 的最小值。

二、從 $1, 2, 3, 4, \dots, 2n-1, 2n$ 這 $2n$ 個正整數中，隨意選取 n 個數，

並將他們從大至小排列為 a_1, a_2, \dots, a_n ，即

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n。$$

再將剩下的 n 個數從小至大排列為 b_1, b_2, \dots, b_n ，即

$$b_1 < b_2 < b_3 < \dots < b_n。$$

試求 $|a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + \dots + |a_n - b_n|$ 之所有可能的值。

三、設 a, b, c 都是正實數，試證：

$$\frac{a}{\sqrt{a^2 + 9bc}} + \frac{b}{\sqrt{b^2 + 9ca}} + \frac{c}{\sqrt{c^2 + 9ab}} \geq \frac{3}{\sqrt{10}}。$$