

# 九十五學年度全國高中數學科能力競賽決賽

## 獨立研究試題（一）

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時（8:10~10:10）。
  - (2) 配分：每題皆為 7 分。
  - (3) 不可使用計算器。
- 

一、通過曲線上的一點且與該點切線互相垂直的直線，稱為該曲線的法線。考慮拋物線  $C: y = x^2$ ，試求所有在  $y$  軸上且有三條  $C$  的法線通過的點之  $y$  坐標。

二、找出滿足下列關係的所有正整數  $n, k_1, k_2, \dots, k_n$ ，

$$(1) k_1 + \dots + k_n = 5n - 4,$$

$$(2) \frac{1}{k_1} + \dots + \frac{1}{k_n} = 1.$$

並證明你已得到所有正整數解。

三、試求多項式不等式  $x^6 + x^4 + 3 > 2x^3 + x^2 + 2x$  的所有實數解。