

九十五學年度全國高中數學科能力競賽決賽

口試試題

1、給定 $\angle A = 19^\circ$ ，試利用尺規作圖作出 $\angle B = 1^\circ$ 。

2、數字 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, … 等是由質數所組成的數列。為了瞭解質數的分佈，數學家經常用函數 $\pi(n)$ 來表示「小於或等於 n 的質數之個數」。例如，不超過 6 的質數有 2, 3, 5 共三個，即 $\pi(6) = 3$ ；又大家都知道不超過 100 的質數有 25 個，即

$\pi(100) = 25$ 。從這兩個值得知

$$\frac{6}{\pi(6)} = 2, \quad \frac{100}{\pi(100)} = 4。$$

已知 $\pi(1008) = 168$ ，因此

$$\frac{1008}{\pi(1008)} = \frac{1008}{168} = 6。$$

證明：會有一個介於 100 與 1008 之間的正整數 n ，使得

$$\frac{n}{\pi(n)} = 5$$

成立。