

94 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

筆試(二) 試題

注意事項：

- (1) 時間分配：2 小時(16:00 ~ 18:00)。
- (2) 配分：每題 35 分。
- (3) 將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4) 不可使用電算器。
- (5) 試題與答案卷一同繳回。

【問題一】：設 P, Q 為圓 O 上的兩個定點， M 為圓 O 內部異於 O 的任意一點。試證：若 M, P, Q, O 四點共圓，則 $\angle PMQ$ 的角平分線與直線 OM 互相垂直。

【問題二】：設 x, y, z, a, b, c 都是正整數，且滿足：

- (1) xy 除以 z 之餘數為 a ，
- (2) yz 除以 x 之餘數為 b ，
- (3) zx 除以 y 之餘數為 c 。

試證： $\min\{x, y, z\} \leq ab + bc + ca$

【問題三】：設 a_1, a_2, \dots, a_{95} 都是正數。試證： $\sum_{k=1}^{95} a_k \leq 94 + \prod_{k=1}^{95} \max\{1, a_k\}$

(式中符號 \prod 表示為 $\prod_{i=1}^n b_i = b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n$)