

九十二學年度高級中學數學科能力競賽決賽
筆試(二)試題

注意事項：

- (1)時間分配：2小時(16:00~18:00)。
- (2)配分：每題35分。
- (3)將計算、證明過程依序寫在答案卷上。
- (4)不可使用電算器。
- (5)試題與答案卷一同繳回。

【問題一】：在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 及 F 分別在三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 及 \overline{AB} 上，且使得 \overline{AD} 、 \overline{BE} 及 \overline{CF} 三線段交於一點。過 F 作平行於直線 ED 的直線交 \overline{AD} 於 K ，並交 \overline{CB} 的延長線於 L 。試證： $\overline{FK} = \overline{FL}$ 。

【問題二】：設正實數 a, b 滿足： $a^3 + b^3 + 3ab = 1$ 。試求 $(a + \frac{1}{a})^3 + (b + \frac{1}{b})^3$ 的最小值。

【問題三】：試求所有的正整數 n ，使得 $n^5 + 2n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ 為一完全平方數。