7.**參考解答**

(解一)

因爲$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)=2$

且$a^2-ab+b^2>0$,所以$a+b>0$

令 $r=a+b$,

因此$2r[(a+b)^2-3ab]=r[r^2-3a(r-a)]$

$$=r[r^2-3ar+3a^2]=r[3(a^2-ar+\frac{r^2}{4})+\frac{r^2}{4}]$$

$$=r[3(a-\frac{r}{2})^2+\frac{r^2}{4}]\geq r\cdot\frac{r^2}{4}(因爲r>0)$$

即 $8\geq r^3$

故$2\geq r=(a+b)$

(解二)

由於$a^3=2-b^3=(2-b)^3+3\cdot 2^2b-3\cdot 2\cdot 2\cdot b^2-6$

$$=(2-b)^3-6(b^2-2b+1)$$

$$=(2-b)^3-6(b-1)^2\leq(2-b)^3$$

即$a^3\geq(2-b)^3$,因爲 $a,b\in\Re$

因此$a\leq 2-b$

故得 $a+b\leq 2$.

8.**參考解答**

(1)

2	1	2
1	2	1
0	3	0

(2)由對稱性,我們僅需證明:第一列第一行內的數為其他某兩數的和或差.
令三列的和分別為

x_1 , x_2 , x_3 ,而三行的和分別為 y_1 , y_2 , y_3 .則 $|x_1-y_1|$ 是第一列第一行內的數.

顯然,這填入的九個數之和為 $x_1+x_2+x_3=y_1+y_+y_3$.

由此可得

$|x_1+y_1|=|x_2-y_2+x_3-y_3|=a|x_2-y_2|+b|x_3-y_3|$

其中 $a,b\in\{-1,1\}$. 若 $a=b=-1$則由 $|x_1-y_1|>0$

得 $x_1-y_1=x_2-y_2=x_3-y_3=0$.

此時命題顯然成立;若 a 與 b 不同時等於 -1,

則 $|x_1-y_1|=|x_2-y_2|=|x_3-y_3|$ 或$|x_1-y_1|=||x_2-y_2|-|x_3-y_3||$

注意 : $|x_2-y_2|$是第二列第二行內的數,而 $|x_3-y_3|$ 是第三列第三行內的數

,故得証.