

教育部八十九學年度高級中學數學科能力競賽決賽  
獨立研究試題 (一)

注意事項:

- (1) 時間分配:1 時 40 分 ( 16:30 - 18:10 )
- (2) 配分: 每題皆為 7 分。
- (3) 不可使用計算器。

問題 (一)、設  $\triangle ABC$  為銳角三角形, 且  $M$  為  $\overline{BC}$  邊的中點。若  $N$  為  $\triangle ABC$  內部的一點使得  $\angle ABN = \angle BAM$  且  $\angle ACN = \angle CAM$ 。  
試證:  $\angle BAN = \angle CAM$ 。

問題 (二)、設有兩個函數轉換器 A 和 B。

1. 如果把函數  $f(x)$  放入轉換器 A 中, 則我們得到  $x^2 f(1 - \frac{1}{x})$ 。
2. 如果把函數  $f(x)$  放入轉換器 B 中, 則我們得到  $(x+1)^2 f(\frac{1}{x+1})$ 。

試問經過使用轉換器 A 或 B 若干次 (有限次) 後, 我們是否可以  
把  $x^2 + 7x + 1$  轉換成  $x^2 + 40x + 135$ ? 請說明理由。