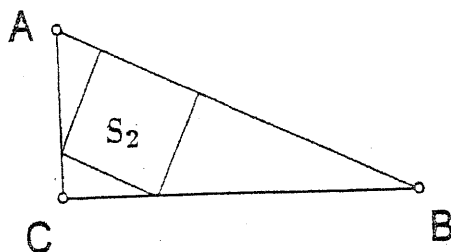
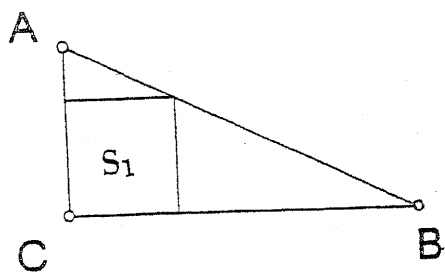


教育部八十八學年度高級中學數學科能力競賽決賽  
筆試試題(二)

注意事項：

- (1) 時間分配：2小時(14:20 - 16:20)
- (2) 配分：每題皆為7分。
- (3) 不可使用計算器。

問題(四)、如下圖， $S_1$ 與 $S_2$ 是直角三角形ABC的內接正方形，已知 $S_1$ 的面積為361平方公分，且兩股 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BC}$ 長的和為380公分，試求 $S_2$ 的面積為多少平方公分？



問題(五)、設 $c$ 為非零的整數，定義數列 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 為 $a_1 = 2$ 且

$$a_{n+1} = ca_n + \sqrt{(c^2 - 1)(a_n^2 - 4)}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

試證： $a_{2000}$ 是整數。

問題(六)、設數列 $\{a_n\}$ 滿足 $\frac{a_n + a_{n+2}}{2} \leq a_{n+1}$ ， $n$ 是任意正整數。試證

$$\frac{a_1 + a_3 + \dots + a_{2n+1}}{n+1} \leq \frac{a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}}{n}$$