

教育部八十八學年度高級中學數學科能力競賽決賽

□ 試試題解答

【口試一參考解答】

設有 n 人參加這次活動，則每一位可得 $n-1$ 件禮物，由條件 (1) (2) (3) 可知， $n-1$ 為 $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ 的倍數，故可令

$$n = 42k + 1, k \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

若 $n=43$,

由條件(1)至少有 2 位參加者已恰好獲得半數的禮物，

由條件(2)至少有 15 位參加者已恰好獲得三分之一的禮物，

由條件(3)至少有 7 位參加者已恰好獲得七分之一的禮物，

如此，參加的人數至少有 44 位，矛盾！故 $n > 43$

以下證明 $n=85$ 是可行的：

將 85 位參加者分成三組，各有 43, 29, 13 人，在活動中場休息時，僅僅各組內的參加者互相交換禮物

【口試二參考解答】

(1) 1. 作矩形 $DEFG$, $D \in \overline{AB}$, $EF \in \overline{BC}$, $DE : EF = 1 : 3$

2. 作 \overline{BG} 交 \overline{AC} 於 G'

3. 作 $\overline{G'F'} \perp \overline{BC}$ 於 F' $\overline{G'D'} \perp \overline{G'F'}$ 交 \overline{AB} 於 D'

$\overline{D'E'} \perp \overline{BC}$ 於 E'

則 $D'E'F'G'$ 即為所求

(2) 若 (1) 中作 $\overline{DF} : \overline{EF} = 3 : 1$

使用相同方法 (1) 可得另一矩形 \therefore 共有 2 個矩形

